Vom schwarzen Loch zur Quantengravitation

Wolfgang Wieland
Österreichische Akademie der Wissenschaften
Institut für Quantenoptik und Quanteninformation, Wien

Vortrag an der Urania in Graz

09-03-2021

Inhalt

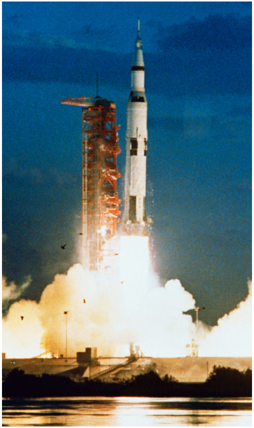
Was ist ein schwarzes Loch?

Damit ein Körper ein Schwerefeld verlassen kann, muss seine Bewegungsenergie zumindest gleich der potentiellen Energie sein,

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{kinet.\ Energie} - \underbrace{\frac{GMm}{r}}_{Kraft \times\ Weg} = 0.$$

Damit kommt man auf die Fluchtgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2g(r)r}.$$



NASA (Apollo 4)

Für Mond und Erde

$$v_{Erde} \approx 11\,\mathrm{km/s} \approx 32\,\mathrm{Mach},$$
$$v_{Mond} \approx 2.3\,\mathrm{km/s} \approx 7\,\mathrm{Mach}.$$

Wenn bei gleicher Masse M der Radius r fällt (die Dichte also steigt), nimmt die Fluchtgeschwindigkeit immer weiter zu.

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) hat als erster erkannt, dass bei nur genügend großer Dichte irgendwann selbst das Licht dem Schwerefeld nicht mehr entkommen kann.

wikipedia

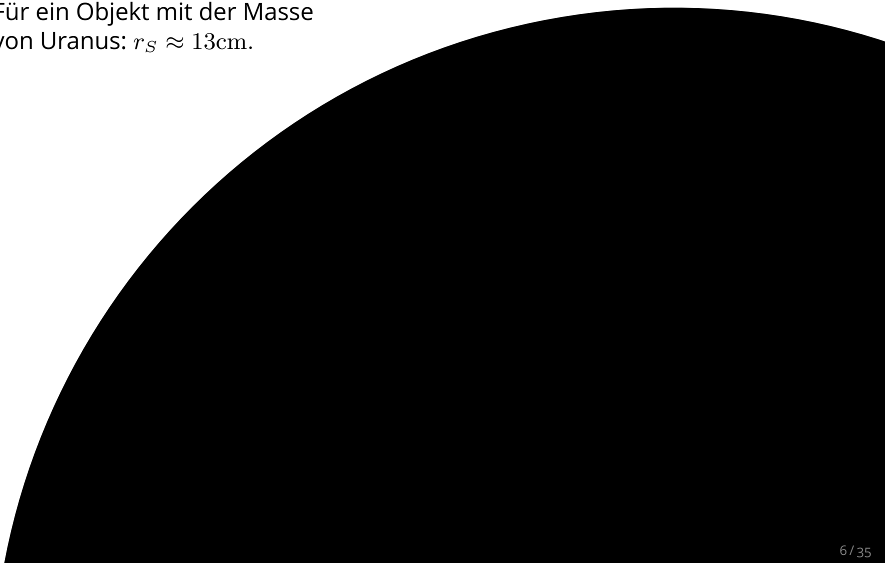
Ein nur genügend kompakter Himmelskörper kann nicht mehr leuchten.

Er ist komplett schwarz.

Für Sonne und Erde wäre das erreicht, sobald sie auf folgende Radien schrumpften

$$r_{Erde} \approx 1\,\mathrm{cm},$$
$$r_{Sonne} \approx 2.8\,\mathrm{km}.$$

Der kritische Wert heißt Schwarzschild-Radius.
Für ein Objekt mit der Masse
von Uranus: $r_S \approx 13\mathrm{cm}$.



Um einen ruhenden Körper der Masse m, auf eine Geschwindigkeit v zu bringen, bedarf es (Einstein: 1905) der Energie

$$E_{kin} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2.$$

Im Grenzfall $v \to c$ geht das gegen unendlich.

Aus der speziellen Relativitätstheorie folgt, dass sich überhaupt nichts schneller als das Licht $c \approx 300\,000\,\mathrm{km/s}$ bewegen kann.

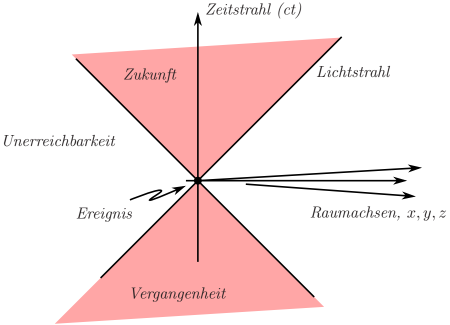
Hat ein Körper den Rand eines schwarzen Lochs erst einmal überschritten, gibt es kein Zurück.

Wie schaut so ein schwarzes Loch jetzt aber wirklich aus?

1. Mathematisch/geometrisch laut allgemeiner Relativitätstheorie
2. Tatsächlich in der Wirklichkeit

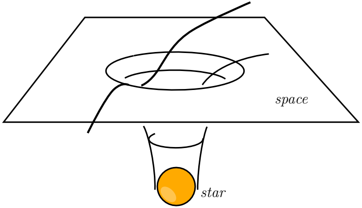
Zeitachse ct als vierte Dimension der Raumzeit.

Vierdimensionaler Satz des Pythagoras gibt den (Raum/Zeit)-Abstand zwischen Ereignissen.



- Lichtgeschwindigkeit als oberste Schranke.
- Ein Ereignis kann nur den rotschraffierten Bereich beeinflussen (Zukunft) und von diesem beeinflusst werden (Vergangenheit).
- Alle anderen Ereignisse stehen in keinem kausalen Zusammenhang.
- Zeitdauer hängt vom Bewegungszustand ab.
- Die kausale Struktur der Raumzeit steckt im metrischen Tensor (Abstandsbegriff) $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(-+++)$.

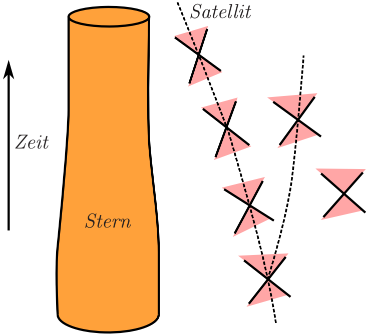
Schwerkraft krümmt die Raumzeit



- Energie und Materie krümmen die Raumzeit.
- Körper folgen Geodätischen.
- Zeit vergeht schneller am Berg als im Tal.

"Die Raumzeit sagt der Materie, wohin sich zu bewegen; die Materie sagt der Raumzeit, wie sich zu krümmen." [J.A. Wheeler, Geons, Black Holes, and Quantum Foam: A Life in Physics, 1998]

Schwerkraft krümmt die Raumzeit

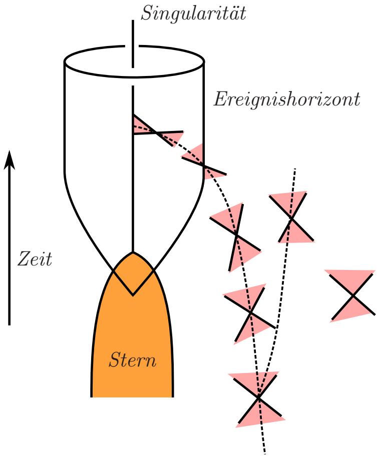


- Energie und Materie krümmen die Raumzeit.
- Körper folgen Geodätischen.
- Zeit vergeht schneller am Berg als im Tal.

"Die Raumzeit sagt der Materie, wohin sich zu bewegen; die Materie sagt der Raumzeit, wie sich zu krümmen." [J.A. Wheeler, Geons, Black Holes, and Quantum Foam: A Life in Physics, 1998]

Schwarze Löcher sind Orte, wo die Raumzeit endet

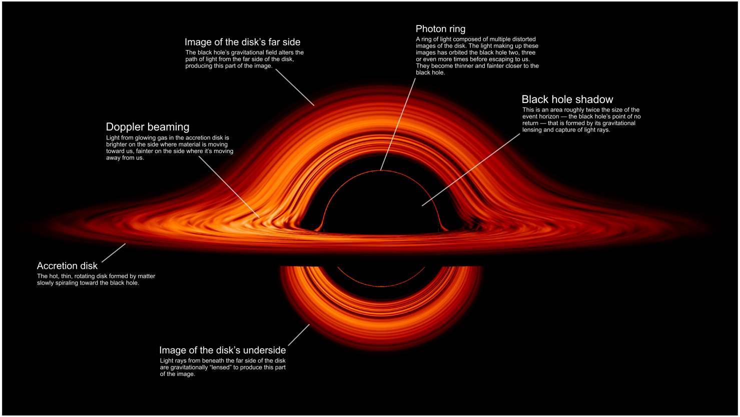
Die Singularitätstheoreme von Penrose und Hawking zeigen, dass für alle gewöhnliche Materie (positive Energiedichte) Singularitäten, wie jene im Inneren eines schwarzen Lochs, nicht zu vermeiden sind. Eine Raumfahrerin, die den Ereignishorizont überschreitet, trifft in endlicher Zeit auf eine Singularität. Dort geht die Krümmung gegen unendlich und die Theorie bricht zusammen.



- Schwarzschild radius: Für die Erde: $r_S \approx 1\,\mathrm{cm}$, für unsre Sonne: $r_S \approx 3\,\mathrm{km}$.
- Wenn Materie bis unter r_S verdichtet wird, gibt es kein Zurück: keine bekannte Materie kann weiteren Kollaps verhindern.
- Tolman – Oppenheimer – Volkoff Grenze: es gibt keine stabilen Neutronensterne jenseits von 2 bis 3 Sonnenmassen.
- Im Inneren eines schwarzen Lochs drehen sich die Rollen von Raum und Zeit um.

Wie schaut ein Schwarzes Loch jetzt wirklich aus?

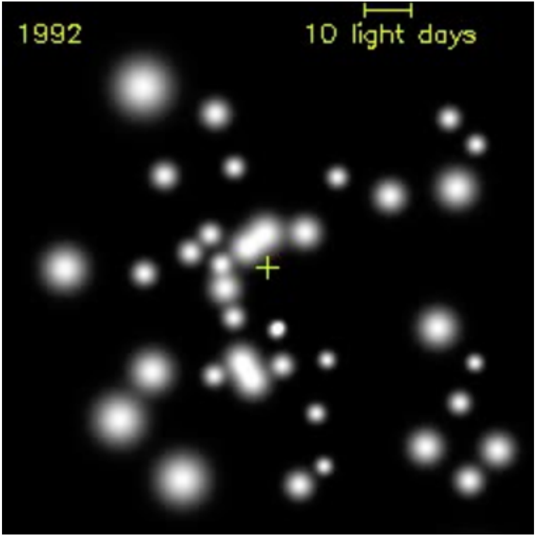
Bild der Akkretionsscheibe durch Lichtablenkung verzerrt.



NASA, Link.

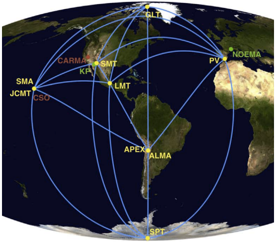
Im Zentrum unserer Milchstraße, Sternbild Schütze

Radioquelle Saggittarius A^*, $27\,000\,\mathrm{Ly}$ entfernt. Schwarzes Loch von 4 Millionen Sonnenmassen. $r \approx 0,08\mathrm{AU}$, $1\mathrm{Ld} \approx 170\mathrm{AU}$.



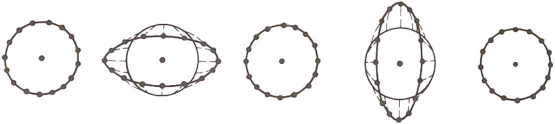
ESO, Link.

M87, Galaxie mit supermassivem schwarzen Loch (6.5 Milliarden Sonnenmassen, 55 Millionen Lichtjahre entfernt). $r \approx 130\mathrm{AU}$



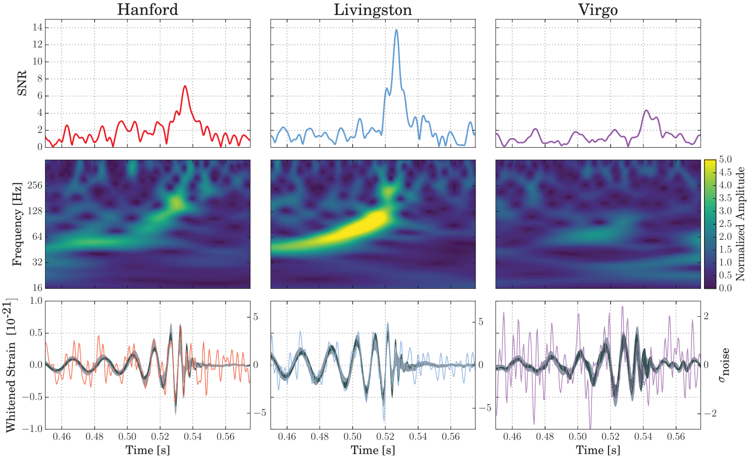
eventhorizontelescope.org, Link.

Gravitationswellen: Quadrupolstrahlung, 2 Polarisationen, breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

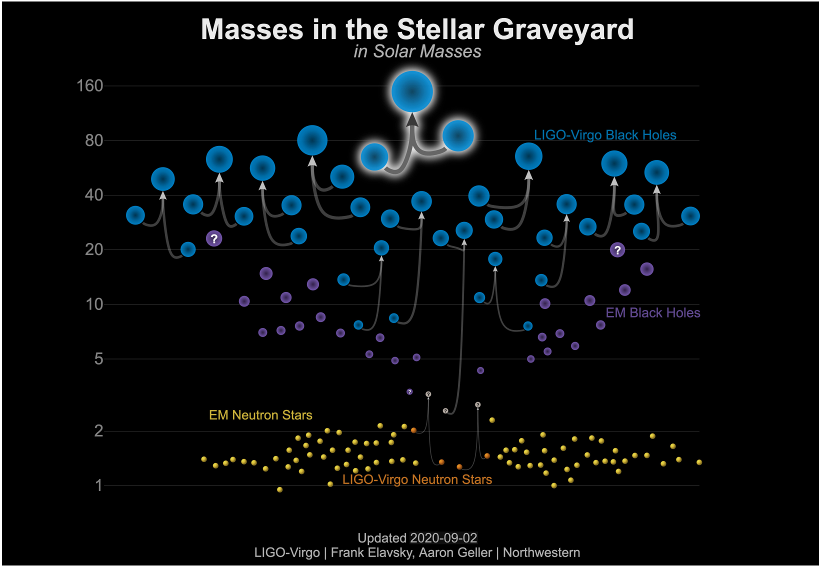


- Für die von LIGO und Virgo beobachteten Gravitationswellen: $\Delta L/L \approx 10^{-21}$, $L_{\mathrm{LIGO}} \approx 4\,\mathrm{km}$, $\Delta L \approx 10^{-3}\,\mathrm{fm}$.
- GW Ereignis GW170814 (LIGO+Virgo): Verschmelzung zweier **schwarzer Löcher**. Anfangsmassen: $M_1 \approx 28\,\mathrm{to}\,36 M_\odot$ und $M_2 \approx 21\,\mathrm{to}\,28 M_\odot$. Endmasse: $51\,\mathrm{to}\,56 M_\odot$ Abgestrahlte Energie: $\approx 3 M_\odot c^2$. Abstand von der Erde: 2 Milliarden Ly. Stärke $\Delta L/L \approx 10^{-21}$.

LIGO, Livingston, LA


Hanford
Livingston
Virgo
SNR
Frequency [Hz]
Normalized Amplitude
Whitened Strain [10^{-21}]
σ_{noise}
Time [s]

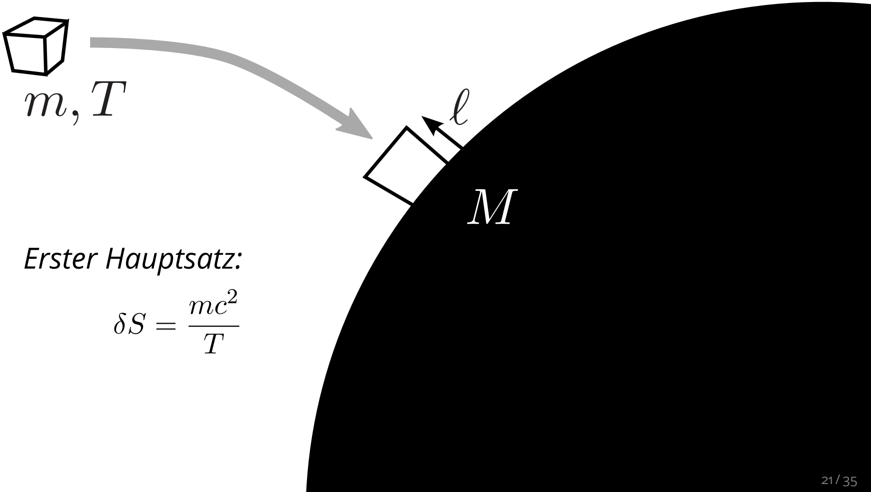
Massen aller bisher beobachteten (stellaren) schwarzen Löcher:



LIGO and Virgo Collaborations, Link.

Wenn nichts aus einem schwarzen Loch herausdringen kann, wie passt das mit der Thermodynamik zusammen?

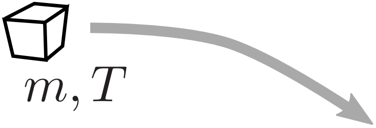
Lässt sich Entropie vernichten, wenn wir eine Box (schwarzen Strahler) in ein schwarzes Loch versenken?

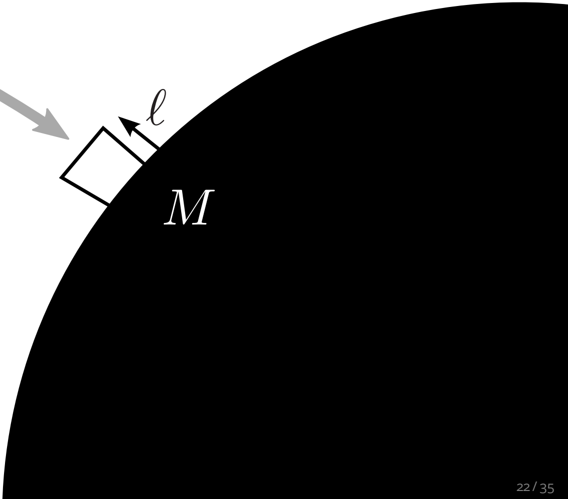


Erster Hauptsatz:

$$\delta S = \frac{mc^2}{T}$$

Lässt sich Entropie vernichten, wenn wir eine Box (schwarzen Strahler) in ein schwarzes Loch versenken?





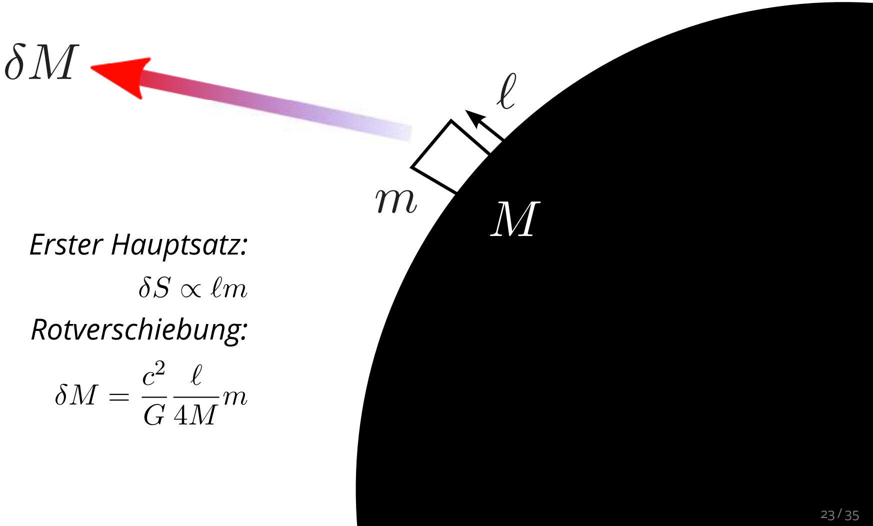
Erster Hauptsatz:

$$\delta S = \frac{mc^2}{T}$$

Wien'sches Gesetz:

$$\ell \propto T^{-1}$$

Lässt sich Entropie vernichten, wenn wir eine Box (einen schwarzen Strahler) in ein schwarzes Loch versenken?



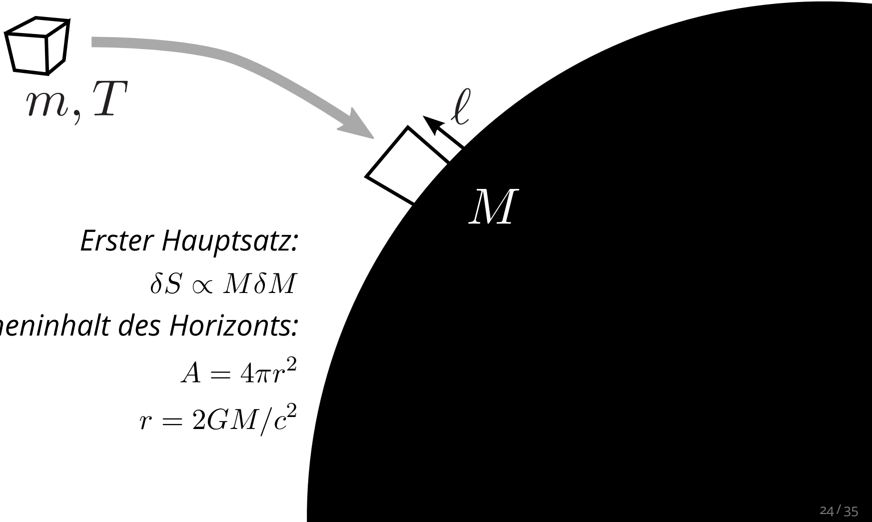
Erster Hauptsatz:

$$\delta S \propto \ell m$$

Rotverschiebung:

$$\delta M = \frac{c^2}{G}\frac{\ell}{4M}m$$

Lässt sich Entropie vernichten, wenn wir eine Box (schwarzen Strahler) in ein schwarzes Loch versenken?



Erster Hauptsatz:

$$\delta S \propto M \delta M$$

Flächeninhalt des Horizonts:

$$A = 4\pi r^2$$

$$r = 2GM/c^2$$

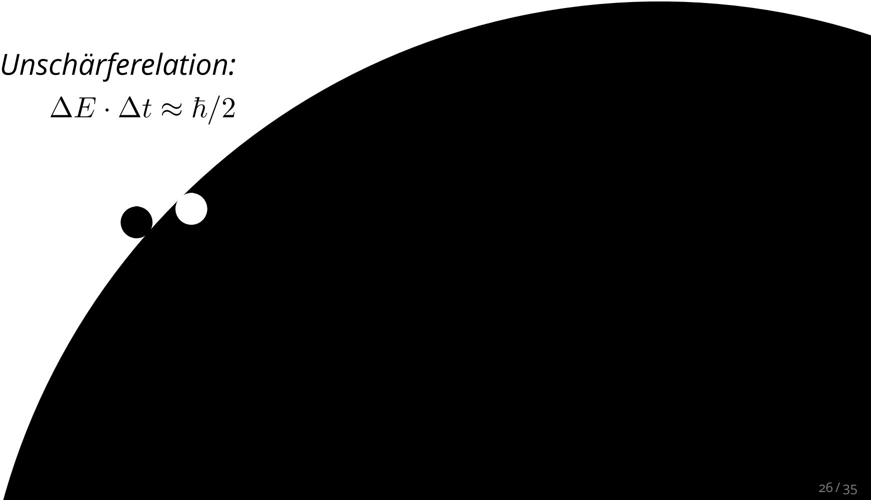
$$\delta S \propto \delta A$$

- Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik ($\delta S \geq 0$) lässt sich nur dadurch erhalten, dass wir dem schwarzen Loch selbst eine Entropie zuordnen.
- Die Entropie eines schwarzen Lochs muss proportional zum Flächeninhalt sein.
- Was ist seine Temperatur?

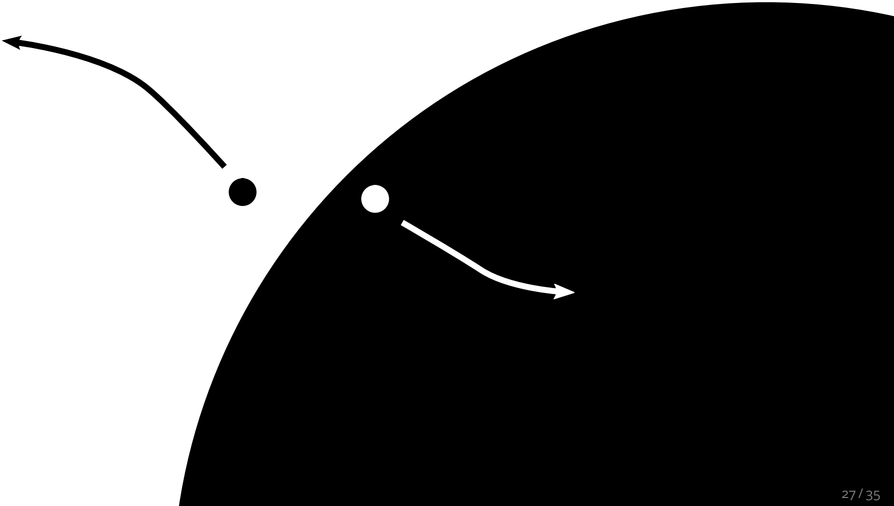
Heisenbergs Energie-Zeit-Unschärfe am Horizont

Unschärferelation:

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar/2$$

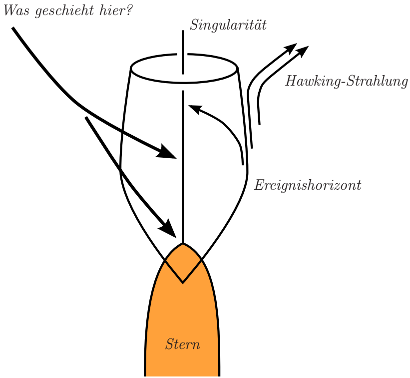


Heisenbergs Energie-Zeit-Unschärfe am Horizont



Hawking Strahlung

Am Horizont entstehen kontinuierlich virtuelle Paare von Teilchen und Anti-Teilchen. Tunnelt eines der beiden ins schwarze Loch, kann sein Anti-Partner aus dem Gravitationsfeld entkommen und wird zu einem realen Teilchen mit positiver Energie.



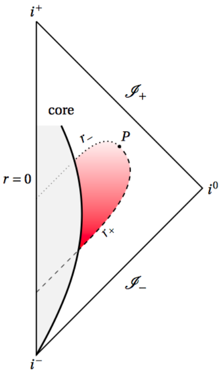
- Ein schwarzes Loch wird zu einem schwarzen Strahler.
- Hawking-Temperatur:
  $T_\mathrm{H} = \hbar c^3/(8\pi G k)M^{-1} = \frac{1}{2\pi}\frac{\hbar}{ck_\mathrm{B}}g$
  $T_\mathrm{H}\big|_{10\mathrm{m/s}^2} \approx 10^{-20}\mathrm{K}$
  $T_\mathrm{H}\big|_{Mondmasse} \approx 1.7\mathrm{K}$
  $T_\mathrm{H}\big|_{Sonnenmasse} \approx 10^{-7}\mathrm{K}$
  $T_\mathrm{CMB} \approx 2.7\mathrm{K}$

Es ergeben sich nun ein paar grundsätzliche Fragen

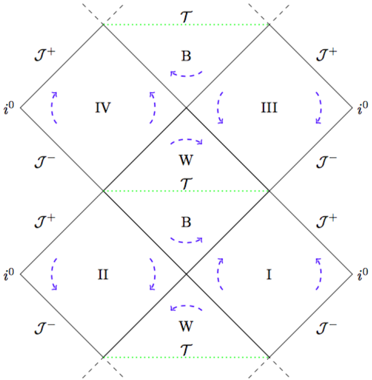
Fundamentale Fragen

- Was sind die mikroskopischen Freiheitsgrade, die den schwarzen Löchern ihre (gigantische) Entropie geben sollen?
- Verdampfen schwarze Löcher vollständig oder bleibt etwas zurück?
- Schwarze Löcher werden von nur zwei Parametern bestimmt (deren Drehimpuls und Masse). Was geschieht mit der ganzen anderen Information, die bei der Entstehung des schwarzen Lochs verloren ging? Kommt sie über die Hawking Strahlung wieder zurück?
- Was geschieht dort, wo laut klassischer Relativitätstheorie eine Singularität zu erwarten wäre? Es wird kontrovers diskutiert:
  - *Quanteneffekte lösen die Singularität ganz auf. Es gibt keine Unendlichkeiten in der Quantengravitation. Die einfallende Materie prallt zurück und das schwarze Loch endet in einer gewaltigen Explosion.*
  - *Die Singularität wird zum Wurmloch und man gelangt in ein neues Baby-Universum.*
  - *Die Singularität bleibt erhalten und steht in keinem Widerspruch zu einer konsistenten Quantentheorie der Gravitation.*

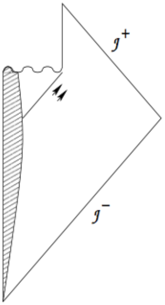
[Rovelli, Haggard et al.]



[Ashtekar, Olmedo, Singh, et al.]



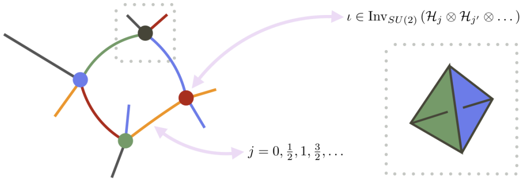
[Hawking]



Größenordnungen der Quantengravitation

- Um den Ort eines Teilchens mit der Genauigkeit Δx zu bestimmen, bedarf es einer Energie
$$E \approx \hbar c/\Delta x.$$
- Die Effekte der Quantengravitation werden sich ignorieren lassen, solang Δx größer als der Schwarzschildradius bleibt, d.h.
$$\Delta x \gtrsim \frac{2GE}{c^4} \approx \frac{2\hbar G}{c^3}\frac{1}{\Delta x}.$$
- Die Quantengravitation wird wichtig sobald wir die Ungleichung verletzen, also dann wenn
$$\Delta x \approx \ell_{\mathrm{P}} = \sqrt{8\pi\hbar G/c^3} \approx 8 \cdot 10^{-35}\mathrm{m},$$
$$\rho_{\mathrm{P}} = \frac{c^5}{(8\pi G)^2\hbar} \approx 10^{79} \times \text{Kerndichte}.$$
- Die klassiche Relativitätstheorie sagt voraus, dass solche Dichten unweigerlich erreicht werden und zwar im frühen Universum (beim Urknall) und im Zentrum eines schwarzen Lochs.

"Diese Größen behalten ihre natürliche Bedeutung solange bei, als die Gesetze der Gravitation, der Lichtfortpflanzung im Vakuum und die beiden Hauptsätze [...] in Gültigkeit bleiben. Sie müssen also, von den verschiedensten Intelligenzen nach den verschiedensten Methoden gemessen, sich immer wieder als die nämlichen ergeben" [M. Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, Annalen der Physik, 1900]



- In der klassischen Relativitätstheorie ist die Gravitation die Folge aus der Krümmung der Raumzeit.
- In der Schleifen-Quantengravitation sind die Quantenzustände der Gravitation Überlagerungszustände quantisierter und diskreter Geometrien.
- Die fundamentalen Quantenzustände lassen sich als Netzwerke darstellen. Jede Kante entspricht einem Quantum der Fläche, jeder Kreuzungspunkt einem Quantum des Volumens.
- Flächeninhalte, Winkel und Längen können nur mit diskreten Werten auftauchen — keine Geometrie jenseits der Planck-Skala. Atomisierung der Fläche

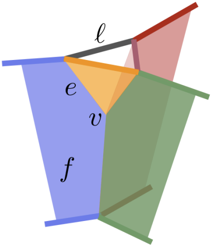
$$\boldsymbol{A}_j = \frac{8\pi\gamma G\hbar}{c^3}\sqrt{j(j+1)}, \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \ldots$$

- Kopplungskonstante γ ähnelt dem θ-Winkel der QCD.

Übergangsamplituden als Spin-Schäume

Die Spinschaum-Amplituden bestehen aus Amplituden für die einzelnen Bestandteile eines vier-diemsnionalen Gitters Δ, das mit Quantenzahlen (Spin und Intertwiner) bemalt ist:

$$Z_\Gamma[\vec{j},\vec{\imath}] = \sum_{\Delta:\partial\Delta=\Gamma} w(\Delta) \sum_{j_f, i_e} \prod_{f:\text{faces}} A_f(j_f) \prod_{e:\text{edges}} A_e(j_f@e, i_e) \prod_{v:\text{vertices}} A_v\big((j_f, i_e)@v\big).$$



Die Spin-Schäume beschreiben, wie sich die Quantenzustände am Rand ins Innere der Raumzeit fortsetzen.

Die Summe über die Gitter Δ entspricht der Summe über alle Feynmangraphen.

Summe lässt sich als Feynman-Entwicklung einer Gruppenfeldtheorie (GFT) schreiben.

- Semi-klassische Gravitation — ersetzt den Energie-Impuls-Tensor durch seinen Erwartungswert.

$$R_{\mu\nu}[g] - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R[g] + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} \langle \Psi | \hat{T}_{\mu\nu} | \Psi \rangle$$

- Störungstheoretische Quantisierung — nicht renormierbar.

$$g_{\mu\nu} = {}^{o}g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

- Nicht-perturbative Zugänge: Schleifen-Quantengravitation, asymptotische Freiheit, AdS/CFT, String-Theorie.
- Weitere Zugänge: unter anderem Penrose'scher Objektiver Kollaps der Wellenfunktion, Kausale Netzwerke [Sorkin].