

Übungen zur Vorlesung Elektrodynamik für Lehramt

6. Übungszettel

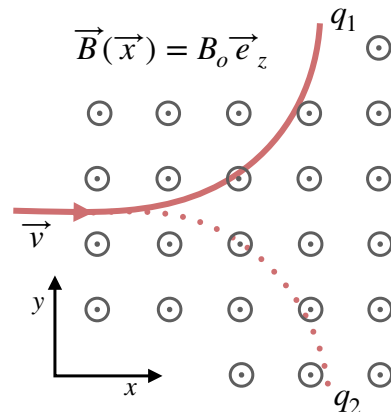
Aufgabe 6.1: (Wiederholungen) Besprechen Sie die Lösungen jener Aufgaben, für die in den letzten Übungen keine Zeit war.

Aufgabe 6.2: Lorentzkraft (Präsenzübung). In der Vorlesung hatten wir die Lorentzkraft $\vec{F}_{Lorentz}$ besprochen. Dies ist jene Kraft, die ein geladenes Testteilchen mit Ladung q und Geschwindigkeit \vec{v} in gegebenem Magnetfeld \vec{B} erfährt:

$$\vec{F}_{Lorentz}(\vec{x}(t)) = q \vec{v}(t) \times \vec{B}(\vec{x}(t)). \quad (1)$$

Die Bahn eines geladenen Teilchens im Magnetfeld erfüllt damit die Bewegungsgleichung

$$m \frac{d^2 \vec{x}(t)}{dt^2} = q \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \times \vec{B}(\vec{x}(t)). \quad (2)$$



- (a) Ein Strahl, der aus Teilchen zweier verschiedener Ladungen q_1 und q_2 besteht (z.B. Elektronen und Positronen), dringt in einen Bereich mit konstantem Magnetfeld ein. Wie lautet das Vorzeichen von q_1 und q_2 damit die zwei Komponenten des Strahls auf die in der Grafik angedeutete Weise abgelenkt werden?
- (b) Betrachten Sie ein konstantes Magnetfeld $\vec{B} = B_o \vec{e}_z$ in z -Richtung. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von (2). Betrachten Sie dazu den Ansatz

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_o + \begin{pmatrix} r \cos(\omega(t - t_o)) \\ r \sin(\omega(t - t_o)) \\ v_z t \end{pmatrix}. \quad (3)$$

und bestimmen Sie die Kreisfrequenz $\omega \geq 0$ als Funktion von B_o , q und m . Was ist die physikalische Bedeutung der Integrationskonstanten t_o , v_z , r , \vec{x}_o ? Was ist die Bedeutung der Zyklotronfrequenz $\nu = 2\pi\omega$?

- (c) Warum treten Polarlichter vornehmlich in den Polarregionen der Erde auf?
- (d) Diskutieren Sie folgende überraschende Konsequenz, die sich aus der mathematischen Form der Lorentzkraft ergibt. Zeigen Sie, dass magnetische Kräfte keine Arbeit an geladenen Teilchen verrichten. *Hinweis:* Wirkt auf einen Körper, der sich in Abhängigkeit der Zeit entlang einer Bahnkurve $\vec{x}(t)$ bewegt, die Kraft $\vec{F}(t)$, so verrichtet diese innerhalb eines Zeitraums $t_o < t < t_1$ die Arbeit

$$W(t_o \rightarrow t_1) = \int_{t_o}^{t_1} dt \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \cdot \vec{F}(t). \quad (4)$$

Zeigen Sie $W(t_o \rightarrow t_1) = 0$ für $\vec{F}(t) = \vec{F}_{Lorentz}(\vec{x}(t))$.